Chapitre 12 : Algorithmes d’approximation

Problème d’optimisation :

Etant donné , on veut renvoyer tel que qui minimise/maximise .

Pb à seuil : NP-complet.

**Définition**

On dit que renvoie une approximation au problème de minimisation associé à

et si :

**Définition**

Pour un problème de maximisation, on a 2 définitions qui existent :

**Exemple 1** : Min Vertex Cover

Soit non orienté.

On veut trouver de taille minimale tel que .

**Définition**

Une image contenant ligne, cercle

Description générée automatiquementDans un graphe , un couplage est un ensemble tel que

Figure : exemple de couplage

Un couplage est dit maximal s’il est impossible de lui ajouter

Une image contenant ligne

Description générée automatiquementune arête en préservant le fait que c’est un couplage.

Figure : {0;1} forme un couplage maximal

**Proposition**

Dans , les extrémités des arêtes d’un couplage maximal forment une couverture par sommets.

Figure : {0;1} forme un couplage maximal

Démo

Si ce n’est pas le cas, alors il existe tel que ni ni n’est impliqué dans le couplage qui n’est pas maximal car on pourrait y rajouter .

**Proposition**

Si admet un couplage de taille alors toute couverture par sommets de est de taille au moins .

Démo

Pour chaque arête du couplage, il faut au moins un sommet pour la recouvrir et chaque tel sommet ne pourra recouvrir qu’une seule arête du couplage. Dans la couverture, on a donc au moins un sommet de plus pour chaque arête du couplage et donc au moins sommets dans la couverture.

**Conclusion**